



۱- ثابت کنید اگر  $p \geq 5$  عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت  $p = 4k + 1$  یا  $p = 4k + 3$  نوشته می شود.

۲- باقی مانده تقسیم عدد  $200! + \dots + 5! + 4! + 3! + 2! + 1!$  بر ۱۵ به دست آورید. (! نماد فاکتوریل است)

۳- معادله هم نهشتی  $20 \equiv 12x \pmod{8}$  را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.

۴- رقم یکان عدد  $(7 + 2^{11})$  را به دست آورید.

۵- برای هر سه عدد حقیقی  $x, y, z$  ثابت کنید:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$$

۶- اگر  $a > 1$  و  $a | 4k + 4$  و  $a | 5k + 3$  ثابت کنید  $a$  عددی اول است.

۷- ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد صحیح متوالی همواره بر  $3!$  بخش پذیر است.

۸- ثابت کنید اگر  $n^2$  مضرب ۸ باشد آنگاه  $n$  مضرب ۴ است.

۹- عکس عبارت «اگر باقی مانده های تقسیم دو عدد  $a$  و  $b$  بر  $m$  مساوی باشند آن گاه  $a \equiv b \pmod{m}$ » را بیان و اثبات کنید.

۱۰- اگر  $k \in \mathbb{Z}$ ، ثابت کنید فقط یکی از سه حالت زیر امکان پذیر است.

$$k \equiv 0 \pmod{3} \text{ یا } k \equiv 1 \pmod{3} \text{ یا } k \equiv 2 \pmod{3}$$

(به عبارت دیگر،  $k \in [0]_3$  یا  $k \in [1]_3$  یا  $k \in [2]_3$ )